Определение направления на источник антинейтрино по реакции обратного бета-распада

Ярослав Никитенко [1]

Институт Ядерных Исследований Российской Академии Наук

18 ноября 2013 г.

[1] metst13@gmail.com

Детектор	Масса, кт	Ожидаемое число событий ОБР
Артёмовск	0,105	57
Баксан	0,13	45
KamLAND	1	500
LVD	1	500
SuperK	22,5	9400
Borexino	0,3	79

[2] [3]

[2] Источники: Ряжская О.Г. "Нейтрино от гравитационных коллапсов звезд: современный статус эксперимента" УФН 176 1039–1050 (2006), http://ufn.ru/ru/articles/2006/10/b/

[3] Cadonati L., F. P. Calaprice, and M. C. Chen, "Supernova neutrino detection in Borexino", Astropart. Phys. 16 (2002) 361-372. hep-ph/0012082.

Метод Максимального Правдоподобия для распределения Гаусса

Пусть плотность вероятности есть функция pdf(x, par).
Функция Правдоподобия для N измерений есть $LF = \Pi_{i=1}^{N} pdf(x_i, par)$
Для распределения Гаусса
$LF = \Pi_{i=1}^{N} exp(-\frac{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}{2\sigma^2})$
Искомым параметром распределения является “среднее смещение”, $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$.
Оценка максимального правдоподобия - это значение набора параметров, при котором функция правдоподобия максимальна (или её логарифм).
Для ФП распределения Гаусса:
$\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}{2\sigma^2} \to min$
$\iff \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{r_i} - \mathbf{r_0})^2 \to min$ Мы минимизируем сумму **квадратов расстояний** до $\mathbf{r}_0$.
Беря производную, получаем: $\mathbf{r}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}_i$

Метод Максимального Правдоподобия для экспоненциального распределения

Экспоненциальным распределением со средним смещением $\mathbf{r}_0$ и "длиной распространения/поглощения" l мы назовём пространственное распределение с плотностью вероятности

$$exp(-\frac{\sqrt{(x_i-x_0)^2+(y_i-y_0)^2+(z_i-z_0)^2)}}{l})$$

Минимизируя логарифм функции правдоподобия,

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{\sqrt{(x_i-x_0)^2+(y_i-y_0)^2+(z_i-z_0)^2)}}{l} \to min$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} \sqrt{(x_i-x_0)^2+(y_i-y_0)^2+(z_i-z_0)^2)} \to min$$

то есть мы минимизируем сумму **расстояний** до $\mathbf{r}_0$.

$$\sum_{i=1}^{N} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2)} \rightarrow min \qquad (1)$$

Беря производную, $\sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0}{\sqrt{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0)^2}} = 0$

Из этого уравнения мы не можем напрямую выразить $\mathbf{r}_0$ через $\mathbf{r}_i$.

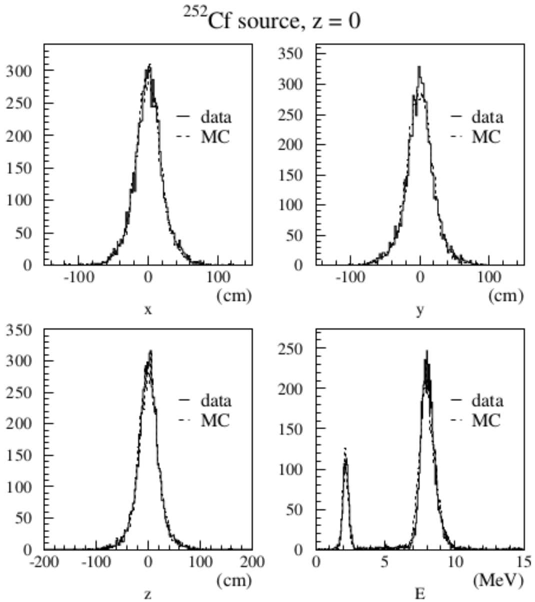
Данное уравнение можно решать методом последовательных приближений:

найдем $\mathbf{r}_{0,est}$ (например, используя стандартную сумму нормированных векторов)

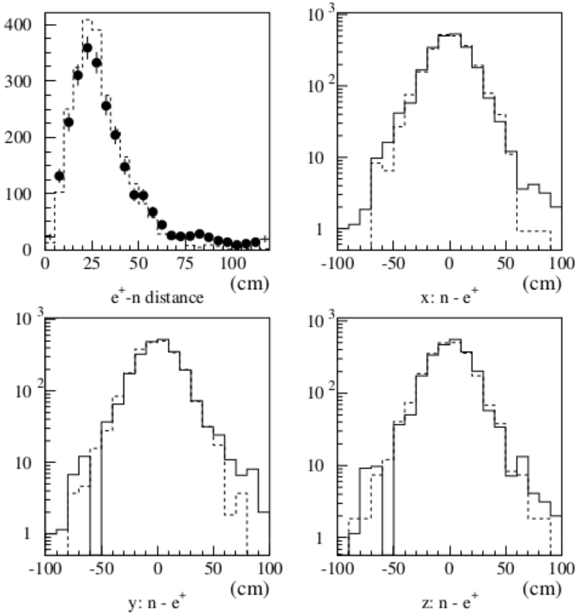
положим $\mathbf{r}_0 = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{r}_i}{\sqrt{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0,est}}} / \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0,est}}}$

Мы можем продолжить итерации или использовать первую итерацию для сравнения с другими методами.

Если мы положим $\mathbf{r}_{0,est} = \mathbf{0}$, то получим формулу Chooz (с множителем, по которому можно также определить среднее смещение нейтрона).



^{252}Cf source, z = 0
data
MC
x
(cm)
y
(cm)
z
(cm)
E
(MeV)



400
300
200
100
0
0
25
50
75
100
(cm)
e^+-n distance
10^3
10^2
10
1
-100
-50
0
50
100
(cm)
x: n - e^+
y: n - e^+
z: n - e^+